Guía

Función cuadrática

Grado sugerido: Once

Álvaro Fernando Mejía Figueredo

Publicado en el Banco Virtual de Recursos de Colombia Programa en el año 2025.

Para contactar al autor/a de este recurso, escriba a: alvaro.mejia.1990@gmail.com

PLANTILLA DE GUÍA

Esta es una hoja de trabajo para estudiantes, suficientemente clara para ser utilizada de forma autónoma. Se estima que el desarrollo de la actividad propuesta en este documento no supere los 120 minutos.

Aprendizajes esperados	*Con esta guía podrás alcanzar los siguientes aprendizajes:* a. *Identificar la influencia de los coeficientes a, b y c en la gráfica de la función cuadrática.* b. *Comprender cómo la función cuadrática modela trayectorias parabólicas y cómo se comporta en situaciones reales.* c. *Modelar y predecir fenómenos físicos mediante el ajuste de la parábola en situaciones concretas.* d. *Aplicar pensamiento computacional para simular y analizar patrones parabólicos.* e. *Usar herramientas tecnológicas (PhET, GeoGebra, Micro:bit) para explorar el comportamiento de las funciones cuadráticas.*
Duración	*Sesión 1: ~40 minutos (Exploración y modelación en GeoGebra y discusión)* *Sesión 2: ~40 minutos (Simulación con PhET: Movimiento de Proyectiles)* *Sesión 3: 40 minutos (Computación física – Parábola en acción con Micro:bit)* *Anexos: 10–15 minutos por actividad.*
Materiales Requeridos	*Estos son los materiales necesarios para completar la actividad.* ✓ Simulador PhET – Movimiento de proyectiles. ✓ Plataforma GeoGebra. ✓ Micro:bit con sensores (opcional). ✓ Plataforma MakeCode para Micro:bit: https://makecode.microbit.org/ ✓ Computador con acceso a internet. ✓ Calculadora (opcional). ✓ Hoja de trabajo (Anexos A y B). ✓ Papel y lápiz para apuntes. ✓ Proyector o tablero para visualizar la simulación.
Actividades para desarrollar	*Estas son las actividades necesarias para alcanzar los aprendizajes esperados:* *Sesión 1: Exploración de coeficientes a, b y c en GeoGebra; discusión grupal; producto: gráfico y análisis de la función cuadrática.* *Sesión 2: Simulación en PhET; análisis de trayectoria y ajuste de parábola; producto: ecuación cuadrática ajustada y reflexión.* *Sesión 3: Programación en Micro:bit para modelar la temperatura en un ciclo de 24 horas; diseño del sistema y prueba; producto: prototipo digital + función cuadrática aplicada.* *Anexos A y B: Tablas y reflexiones para comprender el impacto de cada coeficiente y la simulación de trayectorias.*
Adaptaciones	a. *Uso de videos explicativos o grabaciones de la simulación para estudiantes sin acceso a internet.* b. *Material impreso con gráficos y explicaciones paso a paso para zonas rurales o estudiantes con conectividad limitada.*

	c. Actividades grupales para promover la colaboración en población con discapacidad visual (uso de narradores digitales y audio-descripciones). *d. Uso de presentaciones interactivas o explicaciones en lenguaje claro para estudiantes con discapacidad cognitiva.*
Referencias	*PhET Interactive Simulations. (s. f.). Movimiento de proyectiles. University of Colorado Boulder. https://phet.colorado.edu/sims/html/projectile-motion/latest/projectile-motion_all.html* *GeoGebra. (s. f.). Graphing calculator. https://www.geogebra.org/* *BBC micro:bit. (s. f.). MakeCode. Microsoft. https://makecode.microbit.org/* *Stewart, J. (2015). Cálculo de varias variables (7.ª ed.). Cengage Learning.*

ANEXO(s)

Incluya los anexos requeridos aquí (ejemplo: Soluciones o respuestas de las actividades). Si son videos, presentaciones u otros materiales, ingrese un enlace y/o un código QR que permita accederlos libremente.

Sesión 1: ¿Qué es una función cuadrática? – Exploración y modelación

✍ Texto introductorio – ¿Qué es una función cuadrática?

Las funciones cuadráticas son expresiones matemáticas fundamentales en el estudio del álgebra y las matemáticas aplicadas. Se representan mediante la forma general:

$$y = ax^2 + bx + c$$

donde a, b y c son constantes reales, y $a \neq 0$. Esta función se caracteriza por una **curva simétrica** llamada **parábola**.

Las parábolas aparecen con frecuencia en contextos del mundo real: desde la trayectoria de un objeto que es lanzado al aire, hasta el diseño de antenas parabólicas o el análisis de situaciones económicas como ingresos y costos. Comprender cómo se comporta esta función permite modelar y predecir fenómenos físicos y sociales.

Cada coeficiente cumple un papel clave:

1) **a** define la **apertura** y la **dirección** de la parábola: si abre hacia arriba o hacia abajo, y si es ancha o estrecha.
2) **b** influye en la posición del **vértice**, es decir, el punto más alto o más bajo de la curva.
3) **c** indica el **punto de intersección el eje y**, es decir, el valor de la función cuando $x = 0$.

En esta sesión, exploraremos estos elementos usando el **simulador interactivo PhET**, donde manipularemos los valores de a, b y c para observar sus efectos en la forma de la parábola. A través de esta exploración, aprenderás a identificar visualmente:

- La concavidad de la parábola (si abre hacia arriba o hacia abajo),
- La ubicación del vértice y del eje de simetría,
- El punto de corte con el eje y.

Este conocimiento será la base para modelar situaciones reales, interpretar gráficos y diseñar soluciones apoyados en la tecnología y el pensamiento matemático-computacional.

Inicio – Situación contextualizada (5 min):

"Un cohete de juguete es lanzado hacia arriba con una velocidad inicial. La altura en el tiempo se puede modelar con una parábola."

Modelación matemática (10 min)	Exploración con GeoGebra (15 min):
Modelo simplificado: $y = -5x^2 + 20x$	✓ Ingresar la ecuación. ✓ Observar el vértice y puntos de intersección. ✓ Identificar eje de simetría, crecimiento y decrecimiento.

Discusión en grupo (10 min):

¿Qué representa el vértice?
¿Qué significan los puntos de corte con el eje x?

Producto: Gráfico de la función + análisis del comportamiento.

Actividad: Desarrollar el Anexo A

Sesión 2: Simulación – Trayectoria y predicción

Texto introductorio

Estimado estudiante, estimado docente:
¿Alguna vez te has preguntado por qué una pelota lanzada al aire sube, se detiene un momento, y luego cae? ¿O cómo los ingenieros calculan la trayectoria de un cohete o la parábola que traza el agua al salir de una fuente?

Detrás de estas situaciones cotidianas y espectaculares, está uno de los modelos más poderosos de las matemáticas: la **función cuadrática**. Esta función nos permite representar trayectorias curvas en el plano, y predecir el comportamiento de objetos en movimiento bajo ciertas condiciones físicas.

En esta sesión, vamos a convertirnos en exploradores de trayectorias. Usaremos el simulador **PhET: Movimiento de Proyectiles**, una herramienta interactiva que nos permitirá lanzar objetos virtuales y observar cómo su recorrido forma una **parábola** perfecta. A medida que cambiamos la velocidad, el ángulo o la altura inicial, veremos cómo se modifica la forma de esa parábola, y cómo esos cambios se reflejan en la **ecuación cuadrática** que modela el movimiento.

👉 **¿Qué aprenderemos?**

- Cómo la función cuadrática representa trayectorias reales.
- Qué información nos ofrece el **vértice** (punto más alto de la parábola).
- Cómo predecir la **altura máxima** y el **tiempo de vuelo**.
- Cómo modelar este tipo de movimientos con una fórmula de la forma y=ax2+bx+cy = ax^2 + bx + c.

Este ejercicio no solo reforzará tus conocimientos en álgebra, sino que también te mostrará cómo los conceptos matemáticos cobran vida en fenómenos reales. Además, aplicarás el pensamiento computacional al analizar patrones y simular escenarios, habilidades esenciales para resolver problemas del mundo moderno.

¡Prepárate para lanzar, medir, analizar y predecir como un verdadero científico!

🎯 Ejercicio de ejemplo detallado: Modelación de una trayectoria parabólica

Situación:
Una pelota es lanzada desde el suelo con una velocidad inicial de **20 m/s** y un ángulo de **45°**. Usaremos el simulador PHET para observar y modelar su trayectoria.

☑ *Paso 1: Recoger datos del simulador*

Con los valores:

- **Ángulo:** 45°
- **Velocidad inicial:** 20 m/s
- **Altura inicial:** 0 m

Se obtiene la siguiente información del simulador:

Tiempo (s)	Posición horizontal (x) [m]	Altura (y) [m]
0	0	0
0.5	7.1	6.8
1.0	14.1	9.8
1.5	21.2	8.9
2.0	28.3	4.9
2.5	35.4	0.0

☑ *Paso 2: Usar puntos clave para ajustar una parábola*

Tomaremos 3 puntos significativos para ajustar la parábola:

- A: (0, 0) — punto de partida
- B: (14.1, 9.8) — punto más alto (aproximado vértice)

- C: (35.4, 0) — punto final en el eje x

Queremos hallar una parábola de la forma:

$$y = ax^2 + bx + c$$

☑ *Paso 3: Plantear sistema de ecuaciones*

Sustituimos cada punto en la ecuación general:

1. Para (0, 0):
$$0 = a(0)^2 + b(0) + c \Rightarrow c = 0$$
2. Para (14.1, 9.8):
$$9.8 = a(14.1)^2 + b(14.1) \Rightarrow 9.8 = 198.81a + 14.1b$$
3. Para (35.4, 0):
$$0 = a(35.4)^2 + b(35.4) \Rightarrow 0 = 1253.16a + 35.4$$

☑ *Paso 4: Resolver el sistema*

Usamos sustitución. Resolviendo de la ecuación 3:

$$35.4b = -1253.16a \Rightarrow b = \frac{-1253.16a}{35.4}$$

Sustituimos en la ecuación 2:

$$9.8 = 198.81a + 14.1\left(\frac{-1253.16a}{35.4}\right)$$

$$9.8 = 198.81a - 498.87a$$

$$a = \frac{9{,}8}{-300.06}$$

$$a \approx -0.0326(aproximado)$$

Sustituimos para hallar b:

$$= \frac{-1253.16(-0.0326)}{35.4} \approx 1.154$$

☑ *Paso 5: Función cuadrática ajustada*

$$y \ = \ -0.0326x\text{^}2 \ + \ 1.154x$$

☑ *Paso 6: Interpretación*

- El término cuadrático negativo indica que la parábola abre hacia abajo.
- El vértice está cerca de $x \ = \ 17.7$, altura máxima aproximadamente 10 m.
- La trayectoria modela con precisión el movimiento de la pelota observada en el simulador.

Sesión 3: Computación Física – Parábola en acción

Duración: 40 min
Herramienta: micro:bit con sensores
Actividad: Crear un prototipo que simule el comportamiento de una parábola en un fenómeno físico (como intensidad de luz o temperatura a lo largo del tiempo o distancia).
Plataforma: https://makecode.microbit.org/

Desafío de programación (10 min):

Crear un programa en MakeCode para Micro:bit que simule la temperatura durante un ciclo de 24 horas y, a partir de los datos obtenidos, encontrar la función cuadrática que mejor modele ese comportamiento.

Instrucciones:

1. Reflexiona sobre cómo se comporta la temperatura en un día completo (24 horas).
¿A qué horas se alcanza la temperatura máxima?
¿En qué momentos del día baja la temperatura?

2. Imagina cómo sería una gráfica de temperatura a lo largo del día.
¿Podría tener forma de parábola?
¿Sube y baja de forma gradual?

3. Define el problema:
¿Cómo podemos simular este comportamiento en un Micro:bit?
¿Qué datos necesitamos para identificar una función cuadrática?

Diseño del sistema (15 min):

Construir un modelo de programación para capturar datos y representar una función cuadrática.

Instrucciones:

1. Abre la plataforma MakeCode para Micro:bit.

2. Diseña un programa que cumpla con las siguientes funciones:
   I. Crear un ciclo de **24 horas**.
   II. Simular la temperatura en cuatro momentos del día:

   Madrugada: 10°C a 15°C
   Mañana: 20°C a 25°C
   Tarde: 25°C a 30°C
   Noche: 15°C a 20°C

3. Estructura tu programa para que:

   I. Se muestre la **hora** y la **temperatura** en la pantalla LED del Micro:bit.
   II. Se envíen los datos al **Serial Monitor** en MakeCode para ver un gráfico en tiempo real.

Programación y prueba (10 min):

Implementar el código y validar su funcionamiento en el Micro:bit.

Instrucciones:
Implementa el código

Discusión (5 min):

¿Qué relación hay entre el valor captado y la representación parabólica?
¿Qué desafíos encontraron en la simulación?

Producto: Captura del prototipo digital + función aplicada + interpretación.

Anexo A (Simulador “Explora” – Función Cuadrática)

Grado: 11°

Simulador: PHET – Trazado de Gráficas Cuadráticas (Explora)

Duración sugerida por actividad: 10–15 minutos cada una

Objetivo general: Identificar la influencia de los coeficientes a, b y c en la gráfica de la función cuadrática $y = ax^2 + bx + c$

Actividad 1: ¿Cómo afecta el coeficiente “a”? – Abre o cierra

Objetivo específico: Comprender cómo el coeficiente aa afecta la **apertura** y la **anchura** de la parábola.

Pasos:

1. Abre el simulador en la opción “Explora”.
2. Mantén b=0 y c = 0.
3. Modifica el valor de a: prueba con a = 1, 2, 0.5, -1, -2, -0.5.
4. Completa la siguiente tabla:

Valor de a	¿Abre hacia arriba o abajo?	¿Angosta o ancha?
2		
1		

Valor de a	¿Abre hacia arriba o abajo?	¿Angosta o ancha?
0.5		
-0.5		
-1		
-2		

Reflexión escrita:

- ¿Qué ocurre cuando $a > 0$?
- ¿Y cuando $a < 0$?
- ¿Cómo cambia la forma de la parábola cuando el valor absoluto de a aumenta o disminuye?

Actividad 2: El papel de "b" – ¿Dónde está el vértice?

Objetivo específico: Analizar cómo el coeficiente b desplaza horizontalmente el vértice de la parábola.

Pasos:

1. Mantén a=1 y c = 0.
2. Modifica el valor de b: prueba con b = -4, -2, 0, 2, 4.
3. Observa cómo se mueve el vértice de la parábola.

Tabla de observación:

Valor de b	Coordenadas del vértice aproximadas	Eje de simetría
-4		
-2		
0		
2		
4		

Preguntas para responder:

- ¿Hacia qué lado se mueve el vértice al aumentar o disminuir b?
- ¿Qué patrón notas en el eje de simetría respecto al valor de b?

- ¿Se conserva la forma de la parábola si solo cambias b?

🎒 Actividad 3: El impacto de "c" – ¿Dónde inicia la parábola?

Objetivo específico: Identificar cómo el coeficiente cc determina la **intersección con el eje y**.

Pasos:

1. Fija a = 1 y b = 0.
2. Cambia el valor de c: prueba con c = -3, 0, 2, 5.
3. Observa cómo cambia el punto donde la parábola corta al eje y.

Tabla de observación:

Valor de c	Punto de corte con eje y	¿Qué no cambia?
-3		
0		
2		
5		

Reflexión escrita:

- ¿Qué representa el valor de c gráficamente?
- ¿Qué ocurre con el vértice al modificar solo c?
- ¿La dirección de apertura cambia?

🎯 Cierre sugerido después de las 3 actividades:

- ¿Cuál coeficiente afecta más la posición de la parábola? ¿Y su forma?
- ¿Cómo podrías usar esto para graficar rápidamente una función cuadrática sin hacer tabla?
- ¿Cómo crees que esto se relaciona con situaciones reales (ej. trayectorias, economía, física)?

Anexo B (Sesión 2: Simulación – Trayectoria y predicción)

🧑‍🔬 **Nombre del estudiante: ______________________________________** 📅 **Fecha: ___________**
🧑‍🔬 **Nombre del estudiante: ______________________________________ Grado: ________**

🛠 **Simulador utilizado: PHET – Movimiento de proyectiles**
🔗 Enlace: https://phet.colorado.edu/sims/html/projectile-motion/latest/projectile-motion_all.html

1. Tabla de observaciones
Utiliza el simulador para lanzar objetos con distintos **ángulos** y **velocidades**. Registra los valores observados:

Experimento	Ángulo (°)	Velocidad inicial (m/s)	Altura máxima (m)	Distancia (m)	Tiempo de vuelo
1					
2					
3					

2. Captura de pantalla del experimento (mínimo una)
Pega aquí la imagen de la trayectoria más representativa observada en el simulador.

📷 *Captura de pantalla:*
(Insertar imagen o dibujar en papel y pegar)

3. Estimación de la ecuación cuadrática
Usa los datos obtenidos para estimar una función cuadrática de la forma:

$$y = ax^2 + bx + c$$

✍️ **Ecuación estimada:**

$$y = \quad \_\_\_x^2 + \_\_\_x + \_\_\_$$

4. Análisis y comparación
¿Qué elementos identificaste en la parábola?
☑ Vértice = ____________
☑ Concavidad = ____________
☑ Eje de simetría = _______________
☑ Intersecciones con los ejes = ____________

¿Cómo se relacionan tus resultados con la gráfica en GeoGebra (si la comparaste)?

____
____
____
____
____

5. Reflexión final

- ¿Cómo te ayudó el simulador a comprender mejor el comportamiento de la función cuadrática?
- ¿Qué ventajas tuviste al poder modificar parámetros y observar la trayectoria?

🗣️ **Escribe tu reflexión aquí:**

____
____
____
____
____